Geotechnik 14 (1991), S. 1 - 10

Empfehlungen des Arbeitskreises "Numerik in der Geotechnik" der Deutschen Gesellschaft für Erd- und Grundbau e. V.

Recommendations of the Committee on Numerical Methods in Geotechnics of the German Geotechnical Society

von H. Meißner*

Zusammenfassung
Eine Teilaufgabe des Arbeitskreises besteht in der Ausarbeitung von Empfehlungen für numerische Berechnungen in der Geotechnik. Die Empfehlungen werden in verschiedene Abschnitte unterteilt. In dem ersten Abschnitt, der hiermit zur Diskussion gestellt wird, sind die für alle Abschnitte einheitlich geltenden Empfehlungen zusammengefaßt. In folgenden Abschnitten werden dann jeweils spezifische Gebiete wie z. B. "Hohlraumbau", "Baugruben" usw. behandelt. Die Empfehlungen gelten für die Methode der finiten Elemente (FEM), des heute am weitesten verbreiteten numerischen Berechnungsverfahrens.

Summary
One task of the committee consists on the composition of recommendations for numerical analysis in geotechnics. In this first section which are presented herewith to be discussed common recommendations for all sections are dealed with. In following chapters the subjects will be special systems as "tunneling", "excavations" etc. The recommendations are concentrated to the finite element method, the most often used numerical method.

Vorbemerkungen

In den vergangenen Jahren haben numerische Berechnungsverfahren in Verbindung mit Computern Eingang in die Praxis der auf dem Gebiet der Geotechnik tätigen Fachleute gefunden. Darüberhinaus konnten die Kenntnisse über die Eigenschaften des Baugrundes erweitert werden, so daß der Ingenieur die Möglichkeit erhalten hat, komplizierte ebene und räumliche Problemstellungen besser als bisher zu lösen. Als Folge ergibt sich damit auch eine verbesserte Planung und schließlich eine wirtschaftlichere Bauausführung in der Praxis.

Der Vorteil der numerischen Berechnungsverfahren im Hinblick auf praktische Anwendungen beruht im wesentlichen darauf, daß zahlreiche Einflußgrößen berücksichtigt werden können. Zu diesen Einflußgrößen zählen insbesondere die für den Baugrund und die Konstruktion maßgebenden Parameter mit ihren jeweiligen Streubreiten sowie die Wechselwirkung zwischen dem Baugrund und dem Bauwerk. Entsprechende Parameterstudien lassen sich auf verhältnismäßig effiziente Weise durchführen. Ein weiterer entscheidender Vorteil gegenüber herkömmlichen Verfahren sind Aussagen zum Verschiebungszustand des Baugrundes und der Konstruktion.

Die Anwendung numerischer Programme setzt Kenntnisse über darin verwendete Stoffbeziehungen sowie mechanische Lösungsverfahren und die entsprechenden Ein- und Ausgabevereinbarungen voraus. Nur dann lassen sich die Berechnungsergebnisse zutreffend interpretieren und wirtschaftlich in die Planung und bei der Ausführung umsetzen.

* Prof. Dr.-Ing. H. Meißner, Fachgebiet Bodenmechanik und Grundbau der Universität Kaiserslautern, Obmann des Arbeitskreises 17 der DGEG

Der Arbeitskreis 17 "Numerik in der Geotechnik" der Deutschen Gesellschaft für Erd- und Grundbau e.V. hat sich zum Ziel gesetzt, Empfehlungen für die Durchführung numerischer Berechnungen in der Geotechnik auszuarbeiten und sie den Fachkollegen als Hilfsmittel an die Hand zu geben.
Der vorliegende erste Abschnitt enthält Empfehlungen, die für alle geotechnischen Problemstellungen von Bedeutung sind. In noch folgenden Abschnitten werden dann einzelne Bauaufgaben behandelt. Zur Zeit werden die Abschnitte 2 "Hohlraumbau" und 3 "Baugruben" ausgearbeitet und in Kürze in der "Geotechnik" veröffentlicht. Die Empfehlungen beziehen sich auf die Methode der finiten Elemente (FEM), eines der heute am weitesten verbreiteten numerischen Berechnungsverfahren.
Es sei darauf hingewiesen, daß innerhalb des Arbeitskreises einzelne Themen konträr diskutiert wurden. Daraus kann geschlossen werden, daß die Entwicklung dieser verhältnismäßig neuen Berechnungsmethode heute noch keinesfalls abgeschlossen ist. Dennoch wird von allen Mitarbeitern des Arbeitskreises die Veröffentlichung der nachfolgenden Ausführungen mitgetragen.

Dem Arbeitskreis 17 gehören zur Zeit folgende Mitglieder an:

Prof. Dr.-Ing. H. Meißner (Obmann)
Dr.-Ing. W. Krajewski
Prof. Dr.rer.nat.habil. G. Borm
Dr.-Ing. L. Liedtke
Prof. Dr.-Ing. habil. P. Gußmann
Dipl.-Ing. W. Schuck
Dr.-Ing. U. Holzlöhner
Dr.-Ing. S. Semprich
Prof. Dr.-Ing. M. Kany
Dr.-Ing. D. Winselmann
Dr.-Ing. J. Klein
Dr.-Ing. M. Ziegler

1. Allgemeine Empfehlungen

1.1 Geometrisches Modell

Die erste Stufe , ein geotechnisches System in ein Berechnungsmodell abzubilden, besteht in der Wahl des geometrischen Modells. Zunächst muß untersucht werden, welche geometrischen Vereinfachungen des i.a. räumlichen Systems möglich sind. Im Hinblick auf Rechnerkapazität, Aufwand der Datenaufbereitung, Datenkontrolle und Übersichtlichkeit sollte versucht werden, nur die wesentlichen Einflüsse im Berechnungsmodell abzubilden. Insbesondere ist das System auf Symmetrien und auf ausgeprägte Hauptbeanspruchungsrichtungen zu untersuchen. In vielen Fällen genügt ein ebenes oder rotationssymmetrisches Modell.

Bei ebenen Modellen wird davon ausgegangen, daß die Formänderungen senkrecht zur Ebene klein und vernachlässigbar sind. Der Einfluß räumlicher Einwirkungen läßt sich jedoch in manchen Fällen abschätzen. Für die Untersuchung von achsensymmetrischen Problemen - wie z.B. häufig bei Schächten - sollte die Rotationssymmetrie ausgenutzt werden. Es brauchen dann nur Kreisringsektoren betrachtet zu werden.

Die Beschreibung des Berechnungsausschnittes, die Diskretisierung sowie die Vorgabe der Randbedingungen erfolgen in den meisten Fällen in einem kartesischen Koordinatensystem. Für spezielle Anwendungen - wie z.B. bei Vorgabe von Tunnelkonturen oder bei Rotationssymmetrie - kann es zweckmäßig sein, Teile der Struktur in Polarkoordinaten anzugeben.

1.2 Berechnungsausschnitt, Anfangs- und Randbedingungen

Die Anwendung der FEM setzt voraus, daß ein Berechnungsausschnitt festgelegt wird. An den Grenzen dieses Ausschnittes muß die Wirkung der abgeschnittenen Außenbereiche durch Kraft- oder Verschiebungsrandbedingungen erfaßt werden. In der Regel werden die Verschiebungen an den freigeschnittenen Außenrändern des Berechnungsausschnittes zu Null angenommen. In Sonderfällen, wenn der Berechnungsausschnitt zum Beispiel ein Detail einer größeren Struktur ist, können an seinem Rand auch die Verschiebungen eingeprägt werden, die sich bei einer Berechnung dieser größeren Struktur ergeben haben.

Die Größe des Berechnungsausschnittes muß so gewählt werden, daß die Berechnungsergebnisse dadurch nicht signifikant beeinflußt werden. Ein Beispiel für zweckmäßige Randbedingungen zeigt Bild 1.

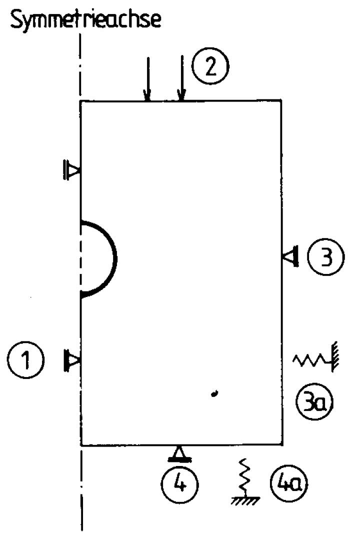


Bild 1 Berechnungsausschnitt eines Tunnels mit Randbedingungen

(1)	Symmetrieachse:	keine horizontalen Verschiebungen, vertikale Verschiebungen frei
(2)	Oberer Rand:	Lasten aus Bauwerken, Verkehrslasten, Auflasten aus Gebirge (z.B. bei tiefliegenden Tunneln)
(3)	Seitlicher Rand:	keine horizontalen Verschiebungen (in Sonderfällen auch andere feste Werte), vertikale Verschiebungen frei
(3a)		evtl. auch Federelemente, um die Wirkung angrenzender , nicht im Modell erfaßter Bereiche näherungsweise zu berücksichtigen
(4)	Unterer Rand:	keine vertikalen Verschiebungen, horizontale Verschiebungen frei
(4a)		Verschiebungen frei, wie 3a

Die Lasten auf dem oberen Rand des Kontinuums sowie die Zustandsgrößen auf der Symmetrieachse lassen sich üblicherweise eindeutig angeben. Schwieriger ist dagegen die Formulierung der Randbedingungen an den seitlichen Begrenzungen des abgeschnittenen Kontinuums (Berechnungsausschnittes). Von besonderer Bedeutung ist die Größe des Berechnungsausschnittes dann, wenn Lasten keine Gleichgewichtsgruppen darstellen, sondern Auflagerreaktionen an den Rändern des Berechnungsausschnittes hervorrufen. Mit zunehmender Größe des Berechnungsausschnittes nimmt der Einfluß von Änderungen bei Verschiebungen oder Kräften an den seitlichen Begrenzungen des Berechnungsausschnittes auf das rechnerische Tragverhalten des Bauwerkes ab.

Aufgrund des komplexen Zusammenspiels von Einwirkungen, Struktur und Ausschnittsgröße können die gewählten Randbedingungen einen großen Einfluß auf die Rechenergebnisse haben.

Wenn keine Erfahrungen bei der Festlegung der Randbedingungen und vor allem der Größe des Berechnungsausschnittes vorliegen, sollten mindestens zwei Vorberechnungen mit nennenswert unterschiedlich großen Berechnungsausschnitten und ggf. auch mit veränderten Randbedingungen durchgeführt werden. Unterscheiden sich die Ergebnisse an signifikanten Stellen nur um wenige Prozent, so kann der Berechnungsausschnitt als hinreichend groß angesehen werden. In Einzelfällen kann sich die Größe des Berechnungsausschnittes auch aus der Geologie ergeben, z.B. wenn stark verformbare Bodenschichten von anderen, die sehr steif sind, begrenzt werden.

Im Zweifelsfall sollte eher ein größerer Berechnungsausschnitt gewählt werden.

1.3 Diskretisierung

Die Untersuchung eines Kontinuums mit der FEM stellt immer eine Näherung dar. Die Ergebnisse stimmen bei gleichen Stoffannahmen mit exakten Lösungen um so besser überein, je feiner die Diskretisierung (Netzeinteilung) und/oder je höher die Ansatzfunktionen für die Verschiebungen oder Spannungen in den Elementen sind. Lösungen nach dem üblichen Weggrößenverfahren stellen immer untere Schranken dar, d.h. rechnerisch exakt ermittelte Verschiebungen sind immer etwas größer.

Wie groß die einzelnen Elemente sein dürfen,um noch ausreichend zutreffende Ergebnisse zu erhalten, hängt wesentlich von der Art der verwendeten Elemente und der gewählten Ansatzfunktion ab. In der Regel darf die Größe der Elemente ansteigen, wenn höhere Ansatzfunktionen verwendet werden und/oder wenn das Element sich in Bereichen der Gesamtstruktur befindet, wo nur kleine Spannungs- und Formänderungsgradienten zu erwarten sind. Mit zunehmenden Gradienten ist die Diskretisierung entsprechend zu verfeinern. Höhere Spannungsgradienten sind z.B. zu erwarten

- in Bereichen nahe Krafteinleitungen,
- an Stellen mit großen Steifigkeitsänderungen, z.B. Übergang Baugrund/Bauwerk
- in der Nähe von Ausbruchrändern.

Spannungsspitzen aufgrund der Ausbruchgeometrie (z.B. Ecken) lassen sich auch bei feiner Netzgeometrie nur näherungsweise erfassen.

Als Ansatzfunktionen reichen üblicherweise quadratische Polynome aus. Um mit den jeweils gewählten Elementen optimale Ergebnisse zu erzielen, sollten die Elemente möglichst gedrungen sein. Bei Viereckelementen sollten die Seitenverhältnisse nicht größer als 5 und die Winkel nicht kleiner als 45^{o} sein . Bei Dreieckselementen sollte das Verhältnis der Radien des äußeren und des inneren einbeschriebenen Kreises nicht größer als 5 sein.

Die Diskretisierung bestimmter Konstruktionselemente wie z.B. Anker oder Hohlraumauskleidungen kann in vielen Fällen durch Verwendung spezieller Balken- oder Stabelemente vereinfacht werden.

Besondere Aufmerksamkeit muß der Simulation des Kontaktes zwischen Baugrund und Bauwerk gewidmet werden. Je nach baulicher Ausbildung dieser Kontaktfläche müssen z.B. dann besondere Übergangselemente vorgesehen werden, wenn die Möglichkeit eines tangentialen Gleitens oder nur ein begrenzter kraftschlüssiger Verbund besteht. Für die rechnerische Erfassung von Diskontinuitäten im Baugrund, wie z.B. Störungen, sind spezielle Kluftelemente mit entsprechenden Materialgesetzen erforderlich. Bei geschichtetem Baugrund empfiehlt sich eine Anordnung der Netzlinien entlang der Schichtgrenzen.

Wenn in einer FE-Berechnung in Teilschritten der Bauablauf, also z.B. der Aushub einer Baugrube oder der Ausbruch eines Tunnels simuliert werden soll, sollte dieses bereits bei der Diskretisierung berücksichtigt werden. Die Grenzen der einzelnen Bauphasen sind dann bereits zu Beginn der Berechnung als Netzlinien festzulegen. Ob die Diskretisierung für eine gegebene Problemstellung ausreichend fein ist, hängt sowohl von der zu untersuchenden Struktur (Geometrie, Grenzen unterschiedlichen Stoffverhaltens etc.), dem verwendeten Stoffmodell als auch von den Einwirkungen ab. Die Beurteilung eines Elementnetzes muß unter Einbeziehung dieser Faktoren erfolgen und setzt Erfahrungen mit den jeweils eingesetzten Elementtypen voraus. Wenn für einen konkreten Anwendungsfall keine Erfahrungen mit ähnlichen Strukturen vorliegen, sollten mindestens 2 unterschiedliche Netzeinteilungen mit deutlichen Unterschieden in Bereichen großer Gradienten miteinander verglichen werden. Wenn die Ergebnisse dabei für signifikante Zustandsgrößen (z.B. maximale Schnittgrößen in einer Tunnelschale, Setzungen unter einem Fundament) nur um wenige Prozent voneinander abweichen, kann die gewählte Diskretisierung als hinreichend genau angesehen werden.

Für den Entwurf von Netzen ist der Einsatz eines Netzgenerierungsprogramms zweckmäßig. Mit der Komplexität der zu berechnenden Struktur steigt dann allerdings auch der Aufwand für die Dateneingabe und erfordert oft nachträgliche Eingriffe in die generierte Struktur. In allen Fällen sollte die Möglichkeit gegeben sein, Netze mit

Hilfe von graphischen Ausgaben einer intensiven Prüfung zu unterziehen. Optimal ist der Einsatz einer interaktiven graphischen Netzgenerierung.

Unabhängig von den geometrischen Anforderungen an das Netz sollte die Knotennumerierung so gewählt werden, daß die Differenzen der zu einem Element gehörenden Knotennummern möglichst klein sind. Dadurch wird sowohl die Größe des Speicherplatzes für das Gleichungssystem als auch vor allem die Rechenzeit zu dessen Lösung reduziert. Empfehlenswert ist der Einsatz von Netzgenerierungsprogrammen, die hierfür Optimierungsalgorithmen enthalten.

1.4 Primärspannungszustand

Als Primärspannungszustand wird der vor Beginn einer Baumaßnahme im Baugrund herrschende Spannungszustand bezeichnet.

Der Primärspannungszustand ist in vielen Fällen von entscheidender Bedeutung für den Entwurf und die Berechnung von Erd- und Felsbauwerken. Er sollte möglichst zutreffend erfaßt werden.

Der Primärspannungszustand ist abhängig von der Wichte und den mechanischen Eigenschaften des Baugrundes.

Weitere Einflüsse können sein:

- Scherzonen im Lockergestein,
- Trennflächen im Fels,
- Topographie,
- Belastungsgeschichte des Baugrundes (z.B. geologische Vorlast, Konsolidation),
- tektonische Verhältnisse (z.B. Horizontalschub in der Umgebung von Faltengebirgen),
- Sickerströmungen ,
- zusätzliche äußere Lasten (z.B. aus bestehenden Bauwerken).

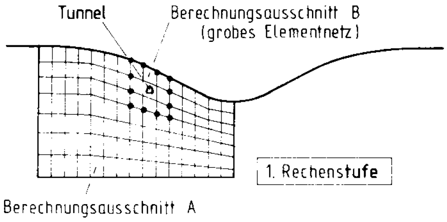
Aufgrund der Vielzahl von möglichen Einflüssen ist es häufig schwierig, den Primärspannungszustand vor Beginn einer Baumaßnahme mit ausreichender Genauigkeit vorauszusagen. Es sollten dann Vergleichsberechnungen mit unterschiedlichen Ansätzen durchgeführt werden, um Unsicherheiten in der Prognose abzudecken.

In einfachen Fällen können die Primärspannungen eines Elementes aus dem Überlagerungsgewicht im Elementschwerpunkt und einem Seitendruckbeiwert K_0 (häufig $K_0=0{,}5$) ermittelt werden. Sind zusätzliche Spannungen aus geologischer Vorlast oder Tektonik bekannt, so sind diese zu addieren.

Der Primärspannungszustand kann auch in einem ersten Schritt der eigentlichen FE-Berechnung ermittelt werden.

Geologische Vorlasten oder tektonische Einwirkungen lassen sich durch Einprägen von Knotenverschiebungen erfassen. Zu Beginn der eigentlichen FE-Berechnung werden sämtliche Knotenverschiebungen i.a. wieder zu Null gesetzt.

In einigen Fällen hat sich eine Berechnung der Primärspannungen in zwei Schritten bewährt. Am Beispiel eines in Hangnähe geplanten Tunnels (Bild 2) wird das Verfahren erläutert. Der Berechnungsausschnitt ist in der ersten Rechenstufe so groß gewählt, daß der Einfluß der Topographie auf die Elementspannungen hinreichend genau erfaßt ist und sich die Randbedingungen verhältnismäßig einfach formulieren lassen (Ausschnitt A, Bild 2). Das Elementnetz ist grobmaschig gewählt.



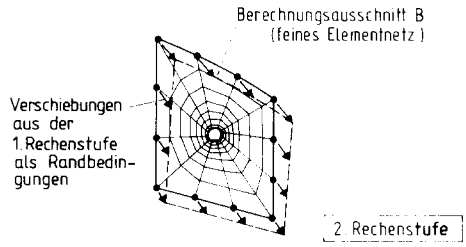


Bild 2 Ermittlung der Primärspannungen mit Hilfe der FEM in 2 Rechenschritten (Substrukturverfahren)

Die Primärspannungen des Untergrundausschnittes B mit feiner Netzeinteilung werden im zweiten Rechenschritt ermittelt. Dabei werden an den Ausschnitträndern die Spannungen oder Verschiebungen (alternativ: Federelemente) der ersten Rechenstufe angesetzt.

1.5 Bauzustände

Nach Ermittlung des Primärspannungszustandes wird der Bauvorgang üblicherweise in einer Reihe weiterer Schritte simuliert. Die Nachbildung des stufenweisen Aushubs oder Ausbruchs kann in der FE-Berechnung auf unterschiedlichen Wegen durchgeführt werden, wie z.B.

(1) durch schrittweisen Abbau jener Knotenkräfte an der Aushub oder Hohlraumkontur, die der ursprünglichen Stützwirkung der Ausbruchelemente entsprechen (Bild 3)

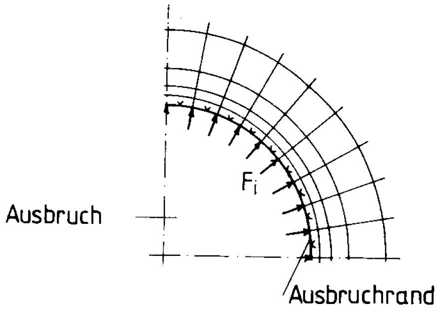


Bild 3 Gleichgewichtskräfte F_i am Ausbruchrand im Primärspannungszustand.

(2) durch Inaktivieren der Steifigkeiten und Spannungen derjenigen Elemente, die in den Bereich des jeweiligen Aushubs fallen (Bild 4).

Im ersten Fall werden die Knotenkräfte entlang des Ausbruchrandes aus den Primärspannungen ermittelt. Der Ausbruchbereich enthält von Anfang an keine finiten Elemente. Dem Vorteil der Einsparung dieser Elemente in der Berechnung steht der Nachteil gegenüber, daß Bauzwischenzustände wie z.B. Teilausbrüche nur näherungsweise erfaßt werden können.

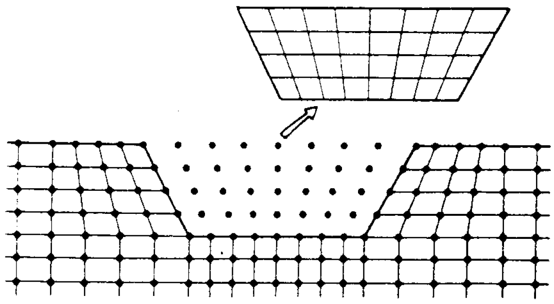


Bild 4 Simulation eines Aushubs durch Entfernen von Elementen

Im zweiten Fall werden die Aushub- oder Ausbruchbereiche durch finite Elemente unterteilt, deren Steifigkeiten in der Gesamtsteifigkeitsmatrix während des Aushubs oder des Ausbruchs eliminiert werden. Die Spannungen dieser Elemente werden zu Null gesetzt. Das nachteilige Ändern der Dimension der Gesamtsteifigkeitsmatrix wird vermieden, indem die Knotenpunkte innerhalb des Aushub- oder Ausbruchbereiches fixiert und die Elementsteifigkeitsmatrizen der dann inaktiven Elemente durch diagonale Einheitsmatrizen ersetzt werden.

Im Zusammenhang mit der Berechnung von Bauzuständen kann für einzelne Elemente auch eine Veränderung der Materialeigenschaften berücksichtigt werden. Unvermeidbar ist dann allerdings eine vollständig neue Lösung des Gleichungssystems zur Ermittlung der Verschiebungen. Auch Elemente der Konstruktion, die erst in späteren Rechenschritten aktiviert werden, sollten von Anfang an in der Gesamtstruktur enthalten sein. Dadurch wird ein Neudimensionieren der Matrizen und Vektoren vermieden.

Für die Simulation von Bauzuständen ergibt sich im Falle des Entfernens von Elementen i.a. folgender Berechnungsablauf:

a) Aufstellen und Lösen des Gleichungssystems für die Verschiebungen, die durch Änderungen der Steifigkeiten, des Lastvektors sowie der Anfangsspannungen entstehen.

b) Berechnung der Formänderungen aus den Verschiebungen.

c) Bestimmung der Spannungen aus den Formänderungen über das Stoffgesetz; ggf. Erfüllen der Konsistenzbedingungen.

d) Summieren der inkrementellen Formänderungen sowie Spannungen.

e) Gleichgewichts-Iteration.

f) Berechnung des nächsten Bauzustandes.

1.6 Stoffgesetze für Boden und Fels

Stoffgesetze stellen eine Verknüpfung von Spannungen und Formänderungen dar und sollen das tatsächliche Materialverhalten eines Stoffes möglichst zutreffend approximieren. Bei viskosen Materialien sind die Stoffgesetze zeitabhängig.

Da Stoffgesetze invariant gegenüber Achsendrehungen sein müssen, enthält die Stoffmatrix bei zeitunabhängigem Materialverhalten nur Invarianten des Spannungs- und des Formänderungstensors.

Für Vorentwürfe können die im Stoffgesetz benötigten Parameter häufig ausreichend genau auf Grund vorliegender Erfahrungen festgelegt oder der Fachliteratur entnommen werden. Hingegen sollten sie für den Ausführungsentwurf stets aufgrund geotechnischer Untersuchungen ermittelt werden. Wenn sich die Ermittlung zutreffender Parameter als schwierig erweist - wie z.B. bei sehr inhomogenem Untergrund -, sollten durch Parametervariationen untere und obere Schranken der Lösung ermittelt werden.

Für praktische Ausführungen können auch einfache Berechnungen mit einem linear elastischen Stoffgesetz von Nutzen sein. Sie ermöglichen trotz aller Einschränkungen in vielen Fällen grundsätzliche Aussagen über das zu erwartende Tragverhalten, den Kräftefluß innerhalb einer Struktur sowie das Zusammenwirken von Bauwerk und Baugrund.

Die folgende Zusammenstellung beschränkt sich auf einige in der Geotechnik bewährte Stoffgesetze. Es wird von symmetrischen Spannungs- und Formänderungstensoren ausgegangen. Die Komponenten der Tensoren lassen sich dann durch den Spannungsvektor $\boldsymbol{\sigma}$ sowie den Formänderungsvektor $\boldsymbol{\varepsilon}$ darstellen. Mit der Stoffmatrix **C**, die in speziellen Fällen nichtsymmetrisch sein kann, gilt die differentielle Beziehung:

$$d\sigma = \mathbf{C} \cdot d\varepsilon$$

Nachfolgend ist das charakteristische Verhalten von vier unterschiedlichen Materialien beispielhaft dargestellt. Zum leichteren Verständnis erfolgen die Erläuterungen an Versuchspfaden in Triaxial- oder Einaxialversuchen sowie an Pfaden im Hauptachsensystem. Geeignete Versuche zur Ermittlung der benötigten Stoffparameter sind genannt. Druckspannungen sowie Stauchungen haben ein positives Vorzeichen.

1.6.1 Fels

Fels kann in Form von Trennflächen deutliche Diskontinuitäten aufweisen und sich bezüglich mechanischer Parameter stark anisotrop verhalten. In numerischen Berechnungen muß berücksichtigt werden, daß das mechanische Verhalten von Fels nicht nur von den Eigenschaften des Gesteins, sondern auch - in vielen Fällen sogar überwiegend - von den Eigenschaften mechanisch wirksamer Trennflächen bzw. Trennflächenscharen bestimmt wird.

Bei Berechnungen nach der FEM können einzelne (diskrete) Trennflächen durch besondere "Kluftelemente" mit entsprechenden Festigkeitseigenschaften (Scherparameter) bereits bei der Diskretisierung berücksichtigt wurden. Dies setzt voraus, daß sowohl die Orientierung als auch die Lage der Trennflächen bekannt ist.

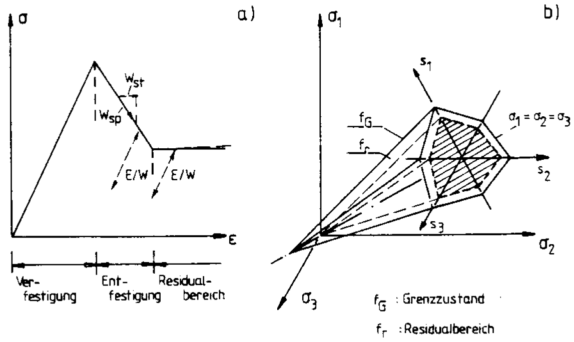
Sind die Trennflächenabstände klein im Vergleich zu den Bauwerksabmessungen, so kann die Wirkung der Trennflächen durch Einführen eines homogenen Werkstoffs mit anisotropen Verformungseigenschaften erfaßt werden. In diesem Fall muß neben den mechanischen Eigenschaften nur die Orientierung der Trennflächen bekannt sein.

Berechnungen, bei denen dem Baugrund nur isotrope Eigenschaften zugewiesen werden, sind zur Erfassung numerisch wirksamer Trennflächen nicht geeignet.

Eine charakteristische Arbeitslinie von Gesteinsproben in Einaxial- oder Triaxialversuchen zeigt Bild 5a. Die Arbeitslinie läßt sich schematisch in die drei Bereiche

Verfestigung
Entfestigung und
Residualbereich

unterteilen.



E/W: Ent- und Wiederbelastungspfade

Entfestigung: W_{st}: Pfad für Systemsteifigkeit
W_{sp}: Pfad für Spannungsermittlung

a) Arbeitslinie b) Coulombscher Grenzzustand

Bild 5 Materialverhalten von Gestein

Alle drei Abschnitte können ausreichend genau durch Geraden dargestellt werden. Die drei Abschnitte der Arbeitslinie lassen sich durch Grenzbeziehungen definieren. Es wird empfohlen, die Coulombsche Grenzbeziehung zu verwenden (Bild 5b).

Innerhalb der durch die Grenzbeziehungen definierten Bereiche darf mit einem linear elastischen Stoffgesetz gerechnet werden. Im Residualbereich und im Entfestigungsbereich ist zur Vermeidung von numerischen Instabilitäten erforderlichenfalls von einem modifizierten Materialverhalten einerseits für die Gesamtsteifigkeitsmatrix und andererseits für die Spannungsermittlung auszugehen.

Im Entfestigungs- und Residualbereich können Ent- und Wiederbelastungspfade als parallel zum Verfestigungspfad angenommen werden.

Im Entfestigungsbereich des Bildes 5a darf beim Aufstellen der Gesamtsteifigkeitsmatrix kein negativer Elastizitätsmodul verwendet werden. Zur Vermeidung numerischer Instabilitäten kann z.B. für das Aufstellen der Gesamtsteifigkeitsmatrix ein leichter Anstieg der Arbeitslinie (Bild 5a, W_{st}) angenommen werden. Die Spannungen lassen sich dann unter Berücksichtigung des tatsächlichen Materialverhaltens ermitteln (Bild 5a, W_{sp}).

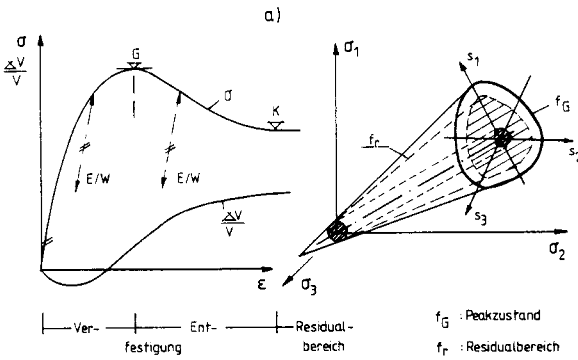
Bei isotropem Verhalten wird das Material durch die Elastizitätsparameter E und ν sowie die Scherfestigkeitsparameter φ und c beschrieben. Die Parameter sollten durch Triaxialversuche ermittelt werden. E und ν können auch aus den Ergebnissen einaxialer Druckversuche bestimmt werden.

Wenn der Fels ein parallel verlaufendes, flächiges Gefüge aufweist, z.B. Schieferung, ist die Verwendung eines lokalen Koordinatensystems zu empfehlen.

Durch Triaxial- und Scherversuche lassen sich die dann zur Beschreibung des Materialverhaltens erforderlichen fünf unabhängigen Stoffparameter E_1, E_2, ν_1, ν_2 und der Schubmodul G_2 ermitteln. Die Übertragung auf die Gefüge- bzw. Trennflächenorientierung im globalen Koordinatensystem des Bauwerkes erfolgt durch eine Transformationsmatrix. Diese enthält Komponenten, die nur von der Fallrichtung und dem Fallwinkel der Gefüge- bzw. Trennflächen abhängen.

1.6.2 Boden unter drainierten Bedingungen

Es werden sowohl kohäsionslose als auch kohäsive Böden betrachtet. Eine charakteristische Arbeitslinie sowie die zugehörige Volumenänderungskurve von Bodenproben in Triaxialversuchen zeigt Bild 6a. In Kompressions- ($\sigma_1 > \sigma_3$) und Extensionsversuchen ($\sigma_1 < \sigma_3$) wird ein unterschiedliches Probenverhalten erhalten. σ_1 ist die Achsial-, σ_3 die Radialspannung der Probe.



a) Arbeitslinie b) Grenzzustandsfläche

Bild 6 Materialverhalten drainierter Bodenproben

Die Arbeitslinie gliedert sich in die drei Abschnitte Verfestigung, Entfestigung und Residualbereich. Im Grenzzustand wird der Punkt G, im kritischen Zustand der Punkt K erreicht. Im Residualbereich verhält sich die Probe volumentreu, die einzelnen Formänderungen stehen dann in einem festen Verhältnis zueinander.

Die Proben weisen sowohl im Verfestigungs- als auch im Entfestigungsbereich ein ausgeprägtes nichtlineares Materialverhalten auf. In allen drei Abschnitten können Ent- und Wiederbelastungspfade durch Geraden approximiert werden, die parallel zum Anfangsbereich der Arbeitslinie verlaufen. Das nichtlineare Materialverhalten läßt sich zutreffend durch ein elasto-plastisches Stoffgesetz mit inkrementell linearer Formulierung approximieren. Wichtige Merkmale des Materialverhaltens, die durch das Stoffgesetz erfaßt sein sollten, sind:

- Verfestigungsbereich mit nichtlinearem Materialverhalten. Durch eine Fließfunktion f (σ,h) ist der Bereich definiert, in dem nur elastisches Materialverhalten wie bei Ent- oder Wiederbelastungen gilt. h ist ein Verfestigungsparameter, der auch als Zustandsgröße bezeichnet wird. Alle Punkte der Arbeitslinien, die aus Versuchen mit unterschiedlichen Spannungszuständen (Kompressions-, Extensionsversuch etc.) erhalten werden und den gleichen Betrag von h haben, liegen auf einer Fließfläche. Für Spannungszustände auf der Fließfläche ist die Fließbedingung f = 0 erfüllt. Gilt f = 0, so entstehen durch eine weitere Probenbelastung plastische Formänderungen; die Fließfläche weitet sich auf. Als Verfestigungsparameter h sollte die zweite Invariante des deviatorischen plastischen Formänderungstensors gewählt werden (Dehnungsverfestigung). Es wird eine Fließfunktion empfohlen, die das unterschiedliche Kompressions- und Extensionsverhalten von Proben erfaßt und stetige Fließflächen aufweist.

- Die volumetrischen, plastischen Formänderungsanteile sollten durch eine spezielle Dilatationsfunktion beschrieben werden. Es sollte sowohl die in Experimenten beobachtete Kontraktanz für kleine Formänderungen als auch die Dilatanz bei größeren Formänderungen erfaßt werden, Bild 6a.

- Die Richtung des inkrementellen Vektors der deviatorischen plastischen Formänderungsanteile wird durch eine Fließregel beschrieben. Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, die Fließregel durch ein plastisches Potential festzulegen. Vereinfachend kann die Fließfunktion f dafür gewählt werden (assoziierte Fließregel). Für körnige Böden wird das Materialverhalten genauer durch ein plastisches Potential erfaßt, das in der Deviatorebene eine gedrungenere Kurve beschreibt als die Fließfunktion (nichtassoziierte Fließregel).

- Die Parameter der Fließfunktion sollten so bestimmt werden, daß auch der Entfestigungsbereich erfaßt wird.

- Innerhalb des durch die Kohäsion definierten zylindrischen Körpers (Bild 6b, schraffierte Endflächen) kann ausreichend genau ein linear elastisches Materialverhalten angenommen werden.

Die in der verwendeten Fließfunktion benötigten Materialparameter lassen sich durch triaxiale Kompressions- und Extensionsversuche bestimmen. In diesen Versuchen ist die Spannungssumme bei deviatorischer Belastung konstant. Für jede Ausgangslagerungsdichte eines rolligen Bodens sollten wenigstens jeweils drei Kompressions- und ein Extensionsversuch gewählt werden.

1.6.3 Gesättigte kohäsive Böden unter undrainierten Bedingungen

Zur Beschreibung der Spannungs- Formänderungs-Beziehungen eignet sich das "Modified Cam-Clay"-Modell. In diesem Modell wird eine zusammengesetzte Fließfläche verwendet, die eine Funktion der Hauptspannungen und der Porenzahl ist, Bild 7. Die Fließfläche setzt sich aus der Ebene H (Hvorslev-Fläche) und der Kappe R (Roscoe-Fläche) zusammen. Die Verschneidungskurve zwischen der R-Fläche und der p'-q-Ebene läßt sich ausreichend genau durch eine Ellipse approximieren. q und p' sind wirksame Spannungen.

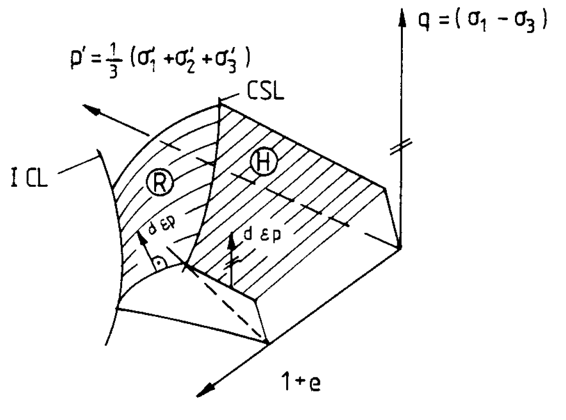


Bild 7 Cam-Clay-Modell für gesättigte, bindige Böden

Unterhalb der zusammengesetzten Fließfläche verlaufende Spannungspfade führen zu rein elastischen Formänderungen, wobei die Spannungsinkremente $\Delta p'$ und Δq mit den Formänderungen $\Delta I_{\varepsilon e}$ und $\Delta\gamma_e$ durch den Kompressionsmodul und den Schubmodul verknüpft sind. $\Delta I_{\varepsilon e}$ ist die inkrementelle Volumenänderung $\Delta\gamma_e$ die inkrementelle Verzerrung. Der Index e bezeichnet elastische, der Index p plastische Anteile.

Die Fließfläche R gilt für normal konsolidierte Böden. Ist die Fließbedingung $f_R = 0$ erfüllt und erfolgt eine weitere Probenbelastung, so entstehen die plastischen Formänderungsinkremente ΔI_{ep} und $\Delta\gamma_p$. Die Kappe R wird als Funktion von I_{ep} aufgeweitet.

Für überkonsolidierte Böden ist die Fließfläche H maßgebend. Spannungszustände auf der Fließfläche erfüllen die Bedingung $f_H = 0$. Das Material verhält sich dann ideal plastisch. Es treten nur noch plastische Verzerrungen $\Delta\gamma_p$ auf, die plastischen Volumenänderungen sind Null.

Die für die Stoffbeziehungen benötigten Parameter lassen sich durch triaxiale Kompressionsversuche sowie durch Oedometerversuche ermitteln. Aus Ent- und Wiederbelastungspfaden lassen sich die Parameter des elastischen Stoffgesetzes ermitteln.

1.6.4 Materialien mit zeitabhängigem Verhalten

Vorgänge wie das Quellen, Schwellen, Fließen, Kriechen oder die Relaxation erstrecken sich bei Böden oder Fels häufig über längere Zeiträume. Auf ein bewährtes Verfahren zur Beschreibung von Kriechvorgängen wird im folgenden hingewiesen. Ein ausgeprägtes Kriechverhalten weisen vor allem gefrorene, injizierte oder stark bindige Böden sowie Salze auf. Proben aus diesen Materialien zeigen in Einaxial- oder Triaxialversuchen tendenziell einheitlich das im Bild 8 dargestellte Kriechverhalten.

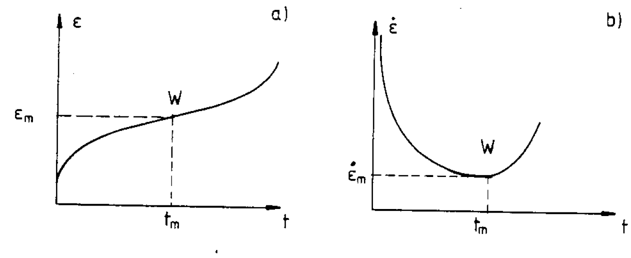


Bild 8 a) Kriechkurve und
b) Kriechgeschwindigkeit einer gefrorenen oder injizierten Bodenprobe.

Der Wiederanstieg der Kriechkurven nach bestimmten Standzeiten sollte im Stoffgesetz erfaßt sein. Es wird eine Beschreibung der Kriechverformungen durch die Kriechgeschwindigkeiten empfohlen. Die Geschwindigkeitskurven, Bild 8b, lassen sich, wie z.B. für gefrorenen Boden, häufig normieren und dann als Funktion von den Parametern ε_m und t_m darstellen. Für die Ermittlung inkrementeller Kriechverformungen benötigt man noch die Richtung des Vektors der inkrementellen Verformungsgeschwindigkeiten. Häufig wird dafür das plastische Potential herangezogen.

Die in Stoffgesetzen benötigten Kriechparameter lassen sich durch Einaxial- und/oder Triaxialversuche ermitteln. Von großem Einfluß auf die Versuchsergebnisse ist die Probentemperatur.

1.7 Iterationstechnik

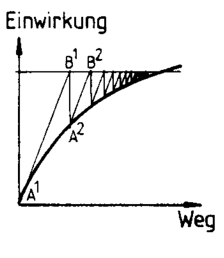
Nichtlineare Stoffgesetze (z.B. nichtlinear elastisch oder elasto-plastisch) führen zu Gleichungssystemen, deren Koeffizientenmatrix von den aktuellen Zustandsgrößen (in der Regel den Spannungen) abhängt.

Die Lösung dieser Gleichungssysteme kann nur inkrementell und/oder iterativ erfolgen. Die möglichen Lösungswege unterscheiden sich grundsätzlich dadurch, daß entweder

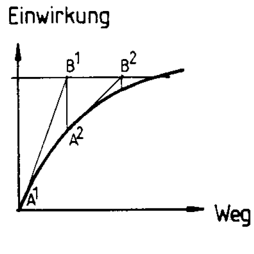
- die Gesamtsteifigkeitsmatrix in allen Iterationsschritten konstant gehalten wird und die nichtlinearen Anteile der Gleichungen iterativ beim Lastvektor berücksichtigt werden (Anfangssteifigkeit), oder

- die Gesamtsteifigkeitsmatrix in jedem Iterationsschritt den aktuellen Zustandsgrößen angepaßt wird (tangentiale Steifigkeit).

Beide Vorgehensweisen können zur Minimierung des Rechenaufwandes kombiniert werden. Sie sind schematisch für ein eindimensionales System im Bild 9 dargestellt.



a) Anfangssteifigkeit



b) tangentiale Steifigkeit

Bild 9 Iterationsstrategien

Berechnungen mit unveränderter Gesamtsteifigkeitsmatrix haben den Vorteil, daß die aufwendige Zerlegung des Gleichungssystems nur einmal durchgeführt werden muß. Sie sind, wie das Bild 9a zeigt, jedoch nur dann zu empfehlen, wenn die nichtlinearen Anteile in der Gesamtsteifigkeitsmatrix nicht überwiegen; andernfalls werden sehr viele Iterationsschritte erforderlich, so daß der o.g. Rechenvorteil verlorengeht.

Das Konvergenzverhalten bei Berechnungen mit stets neu bestimmter Gesamtsteifigkeitsmatrix ist grundsätzlich besser. Haben z.B. bei elasto- plastischen Stoffgesetzen die Spannungszustände eines großen Teils der Struktur die Fließgrenze erreicht oder sich ihr bei Stoffgesetzen mit Verfestigung stark genähert, so ist eine Berechnung mit tangentialen Steifigkeiten zu empfehlen.

Die Auswahl zwischen beiden Vorgehensweisen kann nur im Einzelfall getroffen werden. Das Minimum an Rechenaufwand wird in der Regel erzielt, wenn beide Iterationsverfahren miteinander gekoppelt werden.

Die Anzahl der zugehörigen Belastungsstufen für die Inkrementierung, und damit der Betrag des Lastinkrementes in einem Rechenschritt, ist i.a. stark von der untersuchten Struktur abhängig. Wird die Steuerung der Inkrementierung automatisch im Programm durchgeführt, muß erkennbar sein, wie die Größe der Inkremente bestimmt wird.

1.8 Dokumentation der numerischen Berechnung

Anhand der vom FE-Programm erzeugten Ausgabelisten, graphischen Darstellungen (Plots) und textlichen Erläuterungen sollte auch ein mit dem Programm nicht vertrauter Anwender die Berechnungen nachvollziehen und die Ergebnisse beurteilen können.

Die Ausgabe muß hinreichend Informationen für die Beurteilung der Berechnung enthalten sowie übersichtlich und eindeutig sein.

Wichtige Merkmale sind:

a) Knoten- und elementbezogene Eingabedaten

Das verwendete FE-Netz ist in jedem Falle durch Zeichnungen bzw. Plots darzustellen. Daraus sollen

- die Abmessungen des Berechnungsausschnittes einschließlich des Bauwerks,
- die Knoten- und Elementnumerierung,
- die Art und Lage des Koordinatensystems, sowie
- die Lagerbedingungen an den Netzrändern

eindeutig entnommen werden können. Gegebenenfalls sind getrennte Darstellungen für die Knoten- und die Elementnumerierung oder auch Ausschnittsvergrößerungen für feiner diskretisierte Bereiche erforderlich.

Die Ausgabeliste sollte Knotenkoordinaten und -freiheitsgrade sowie die Definition der Elemente mit der Zuordnung der Knoten und des Elementtyps enthalten.

Die charakteristischen Eigenschaften der verwendeten Elementtypen (z.B. Verschiebungsansatz) sowie Besonderheiten (z.B. Fugen oder Anker) sind zu erläutern.

b) Materialeigenschaften

Die Ausgabeliste muß alle verwendeten Materialien mit allen zugehörigen Stoffparametern, die Stoffgesetzbezeichnung sowie die elementweise Materialzuordnung enthalten. Bei Änderung der Materialeigenschaften ist die Zuordnung für jeden Rechenschritt gesondert anzugeben.

In komplizierten Fällen mit bereichsweise wechselnden Materialien ist zusätzlich eine graphische Darstellung der Materialverteilung erforderlich.

Die verwendeten Stoffgesetze sollen - ggf. mit Literaturhinweisen - kurz beschrieben werden. Hinsichtlich der gewählten Stoffparameter sollten Hinweise auf deren Herkunft (z.B. Gutachten, Literatur, Versuche) oder sonstige Begründungen für getroffene Annahmen gegeben werden.

c) Einwirkungen

Für jeden Rechenschritt sind die knoten- und elementbezogenen Einwirkungen (z.B. vorgegebene Verschiebungen, Eigenspannungszustände, Temperaturänderungen) auszuweisen.

Gegebenenfalls sind auch graphische Darstellungen und zusätzliche Erläuterungen (z.B. Annahmen bezüglich des Primärspannungszustandes) erforderlich.

d) Berechnungsablauf

Der Berechnungstyp muß dokumentiert werden (z.B. ebener Verformungs- oder Spannungszustand, rotationssymmetrische Berechnung, räumliche Berechnung, geometrische Nichtlinearität).

Die Folge der einzelnen Berechnungsschritte (z.B. Primärzustand, Bauzustände, Endzustand) ist zu nennen, und Besonderheiten wie z.B. die Art der Simulation von Bauzuständen sind zu erläutern.

Bei Berechnungen mit nichtlinearen Stoffgesetzen empfiehlt es sich, auf die verwendete Methode (z.B. inkrementelles bzw. iteratives Vorgehen und zugehörigen Techniken) einzugehen. Auf ggf. vorhandene Abbruchkriterien hinsichtlich des Konvergenz- oder Divergenzverhalten einzelner Zustandsgrößen muß hingewiesen werden.

e) Ergebnisdarstellung

Alle Ergebnisse müssen dem jeweiligen Berechnungsschritt zugeordnet werden. Die Vorzeichenregelung und die zugehörigen Maßeinheiten müssen für alle Ergebniswerte eindeutig definiert sein.

Die Ausgabeliste muß alle relevanten Knotenverschiebungen, Elementspannungen bzw. Schnittgrößen enthalten. Dabei muß ersichtlich sein, ob es sich um

- Gesamt- oder Teilverschiebungen,
- Spannungen an den Integrationspunkten,
- extrapolierte Knotenspannungen,
- Elementmittelpunktspannungen oder gemittelte Knotenspannungen

handelt.

Je nach Erfordernis empfiehlt sich darüber hinaus auch die Angabe von

- Elementhauptspannungen
- Elementdehnungen bzw. -hauptdehnungen
- Auflagerreaktionen
- Knotenkräften entlang von Schnitten durch die Struktur.

Bei Berechnungen mit nichtlinearen Stoffgesetzen können zusätzliche Angaben erforderlich werden (z.B. Abstand eines Spannungspunktes von der Fließfläche, Anteil der plastischen Verschiebungen, Fließgeschwindigkeiten usw.). Im Falle iterativer Berechnungen sollte das Konvergenzverhalten dokumentiert werden.

Die Ergebnisse und wichtige Zwischenergebnisse sollten möglichst umfassend auch graphisch dargestellt werden. Dabei kommen folgende Darstellungen in Betracht:

- Hauptspannungen in Form von Spannungskreuzen oder Niveaulinien,
- Spannungskomponenten in Form von Niveaulinien ,
- Knotenverschiebungen durch verformte Netzdarstellung, oder
- Vektor- Auftragung von Verschiebungen,
- Schnittgrößen entsprechend den in der Baustatik üblichen Darstellungen ,
- Bereiche mit Festigkeitsüberschreitungen bei Berechnungen mit nichtlinearen Stoffgesetzen.

Auf den einzelnen Zeichnungen sollen neben Angaben zum Berechnungsschritt, zum Lastinkrement sowie zur Iteration auch Maßstabsfaktoren für alle dargestellten Größen angegeben werden.